

## تمرین های فصل سوم و چهارم

۱۱ دی ۱۳۹۰

۱. معادله خط مماس بر منحنی به معادله  $\vec{R}(t) = \sqrt{t} \vec{i} + 3t^2 \vec{j} + \frac{1}{t-1} \vec{k}$  را در نقطه نظیر  $t = 4$  به دست آورید.

۲. معادله حرکت متحرکی به صورت  $\vec{R}(t) = \sin 2t \vec{i} + \cos 2t \vec{j} + t^2 \vec{k}$  می باشد. بردارهای سرعت و شتاب را در لحظه  $t$  به دست آورید. در چه لحظه ای این دو بردار بر هم عمودند؟

۳. بردارهای یک مماس، یکه قائم اصلی و یکه قائم فرعی را برای تابع برداری به معادله  $\vec{R}(t) = \sin t \vec{i} + 3t \vec{j} + \cos t \vec{k}$  به دست آورید. معادله صفحه بوسان در نقطه  $(0, 0, 1)$  را بنویسید.

۴. دامنه توابع چند متغیره زیر را با رسم شکل مشخص کنید.

$$\text{الف) } f(x, y) = \frac{\sqrt{y-4}}{\sqrt{1-x}} \quad \text{ب) } z = \frac{x}{4-y^2}$$

۵. برای هر یک از توابع زیر ابتدا منحنی های تراز (حداقل ۴ منحنی) را به دست آورده و سپس با رسم آنها، نقشه سطح مربوط را مشخص کنید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف) } f(x, y) = \frac{2y}{4x-1} & \text{ب) } f(x, y) = 4y^2 + x^2 \\ \text{ج) } f(x, y) = x^2 - y & \text{د) } f(x, y) = 2y - 3x + 1 \end{array}$$

۶. مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم توابع داده شده را محاسبه کنید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف) } f(x, y, z) = (5xz^2 + y^3)^4 & \text{ب) } f(x, y) = \cos^2(2x + 4y) \\ \text{ج) } f(x, y, z) = \tan^{-1}(xy^2z^3) & \text{د) } f(x, y) = e^{xy} \ln x \end{array}$$

۷. فشار آب در ناحیه ای از یک اقیانوس در هر نقطه با رابطه  $P(x, y, z) = ye^{-z} - 2xy$  داده می شود. هرگاه متحرکی از نقطه به مختصات  $(-1, -4, -8)$  و در جهت بردار  $\vec{A} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$  حرکت کند، فشار آب وارد بر متحرک چه تغییری می کند؟

۸. معادله صفحه مماس و خط قائم بر هر یک از توابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید.

الف)  $z = y^2x + 2y \cos x$   $(0, 2, 4)$       ب)  $e^{xz} + yz = 3$ ,  $(0, 1, 2)$

۹. قوطی کنسروی به شکل استوانه با ارتفاع  $10\text{cm}$  و شعاع قاعده  $4\text{cm}$  می باشد. هرگاه بخواهیم ارتفاع این قوطی را  $2\text{cm}$  کم کنیم به شعاع قاعده آن چقدر اضافه کنیم تا حجم کنسرو داخل آن تغییری نکند؟

۱۰. مقدار تقریبی تابع  $f(x, y) = xe^{y+x^2}$  را در نقطه  $(2/05, -3/92)$  به دست آورید.