

## تمرین های درس ریاضی ۲

۱۲ خرداد ۱۳۹۱

۱. رویه حاصل از دوران منحنی  $z = 2y$  حول محور  $z$  را به دست آورید. از برخورد این رویه با صفحه  $z = 2$  و صفحه  $y = 1$  چه اشکالی حاصل می شوند؟

۲. دامنه توابع چند متغیره زیر را با رسم شکل مشخص کنید.

$$\text{الف) } f(x, y) = \frac{\sqrt{y^2 - x}}{\sqrt{1 - x}} \quad \text{ب) } z = \ln(x - y)$$

۳. برای هر یک از توابع زیر ابتدا منحنی های تراز (حداقل ۴ منحنی) را به دست آورده و سپس با رسم آنها، نقشه سطح مربوط را مشخص کنید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف) } f(x, y) = \frac{2y}{4x - 1} & \text{ب) } f(x, y) = 4y^2 + x^2 \\ \text{ج) } f(x, y) = x^2 - y & \text{د) } f(x, y) = 2y - 3x + 1 \end{array}$$

۴. مشتقات جزئی مرتبه اول و دوم توابع داده شده را محاسبه کنید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف) } f(x, y, z) = (5xz^2 + y^3)^4 & \text{ب) } f(x, y) = \cos^2(2x + 4y) \\ \text{ج) } f(x, y, z) = \tan^{-1}(xy^2z^3) & \text{د) } f(x, y) = e^{xy} \ln x \end{array}$$

۵. فشار آب در ناحیه ای از یک اقیانوس در هر نقطه با رابطه  $P(x, y, z) = ye^{-z} - 2xy$  داده می شود. هرگاه متحرکی از نقطه به مختصات  $(-1, -4, -8)$  و در جهت بردار  $\vec{A} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$  حرکت کند، فشار آب وارد بر متحرک چه تغییری می کند؟

۶. معادله صفحه مماس و خط قائم بر هر یک از توابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید.

الف)  $z = y^2x + 2y \cos x$   $(0, 2, 4)$       ب)  $e^{xz} + yz = 3$ ,  $(0, 1, 2)$

۷. قوطی کنسروی به شکل استوانه با ارتفاع  $10\text{cm}$  و شعاع قاعده  $4\text{cm}$  می باشد. الف) هرگاه بخواهیم ارتفاع این قوطی را  $2\text{cm}$  کم کنیم به شعاع قاعده آن چقدر اضافه کنیم تا حجم کنسرو داخل آن تغییری نکند؟ ب) هرگاه در محاسبه ارتفاع  $1\text{cm}$  و در محاسبه شعاع قاعده این قوطی ها  $4\text{cm}/0$  خطا وجود داشته باشد، در محاسبه حجم آن ها چقدر خطا وجود دارد؟

۸. مقدار تقریبی تابع  $f(x, y) = xe^{y+x^2}$  را در نقطه  $(2/05, -3/92)$  به دست آورید.

۹. مقدار تقریبی عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $\sin 43 \tan 61$       ب)  $(2/03)^{1/22}$

۱۰. نمودار هر یک از نامعادلات زیر را در دستگاه مختصات قطبی رسم کنید.

الف)  $\left. \begin{array}{l} -1 \leq r \leq 1 \\ \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \end{array} \right\}$       ب)  $\left. \begin{array}{l} 1 \leq r \\ \frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4} \end{array} \right\}$

۱۱. نمودار منحنی های قطبی زیر را رسم کنید.

الف)  $r = 1 + 2 \cos \theta$       ب)  $r^2 = \sin \theta$       ج)  $r = \sin 2\theta \cos \theta$

۱۲. انتگرال های دوگانه زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^x x \cos y \, dy \, dx \quad (\text{ب}) \quad \int_1^{\ln 4} \int_0^{\ln y} e^{x+y} \, dx \, dy \quad (\text{الف})$$

۱۳. با تعویض ترتیب انتگرال گیری، انتگرال های دوگانه زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \int_y^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{\sin x}{x} \, dx \, dy \quad (\text{ب}) \quad \int_0^1 \int_x^1 \sin(\pi y^2) \, dy \, dx \quad (\text{الف})$$

۱۴. انتگرال های زیر را به کمک تغییر متغیر قطبی حل کنید.

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-y^2}} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dx \, dy \quad (\text{ب}) \quad \int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} e^{x^2+y^2} \, dx \, dy \quad (\text{الف})$$

۱۵. حجم ناحیه زیر سطح  $z = 1 - x^2 - y^2$  و بالای ناحیه  $x + y \leq 1$  در ربع اول را محاسبه کنید.

۱۶. مساحت ناحیه محدود به سهمی های  $y = 4x - x^2$  و  $y = x^2$  را محاسبه کنید.

۱۷. رویه  $x^2 + z^2 = 4y$  را بررسی کنید.